

TEXTO CLÁSICO

Algunas cuestiones de teoría de la observación en el contexto de las modernas teorías de la inferencia estadística*

BENOÎT B. MANDELBROT

PRESENTACIÓN DEL TEXTO

*El ajedrez no es un juego. Es una forma muy precisa y particular de cálculo.*¹

En el primer número de esta revista, publiqué un estudio introductorio general a la obra científico-social del polimatématico Benoît Mandelbrot, que este año 2004 ha celebrado su 80 cumpleaños. Como detallaba en aquel trabajo, Mandelbrot alcanzó fama científica y renombre mediático a finales de la década de 1980 por haber dotado de nuevas expresiones y, más audazmente, haberle puesto un nuevo nombre a la vieja lengua matemática en la que, según algunos, están escritos los secretos de la naturaleza y también de la cultura.² El lector interesado podrá, pues, encontrar en esa ya añosa referencia algunas pistas contextuales con las que, idealmente, sacar mayor provecho de la lectura del texto cuya traducción castellana presentamos aquí. Pero el lapso de tiempo, seis años, que separa mi ensayo sobre la exploración de los límites de la socioestadística

* Referencia original: Benoît B. Mandelbrot, «Quelques problèmes de la théorie de l'observation, dans le contexte des théories modernes de l'induction des statisticiens», en A. Jonckheere, B. Mandelbrot y J. Piaget, *La lecture de l'expérience. Etudes d'épistémologie génétique, Vol. V*, París, PUF, 1958, 29-47. Traducción al castellano de Isabel Arrieta Raynaud. Presentación y revisión técnica de A. Javier Izquierdo-Martín.

¹ John von Neumann a Jacob Brownowski, citado en W. Poundstone, *El dilema del prisionero. John von Neumann, la teoría de juegos y la bomba*, Madrid, Alianza, 1992, p. 17.

² A.J. Izquierdo, «El declive de los grandes números: Benoît Mandelbrot y la estadística social», *Empiria*, 1998, 1, 51-84.

en la obra de Mandelbrot, de la publicación de esta traducción castella de uno de sus primeros trabajos publicado originalmente en francés, ofrece una cuartada perfecta para añadir un pequeño apéndice conjetural a aquel artículo, en la forma de esta presentación editorial. El apéndice en cuestión versa, por decirlo de modo breve y seductor, sobre el tiempo de las matemáticas o, en versión más precisamente abstrusa, sobre algunos aspectos históricos del pensamiento matemático (profesional) sobre las servidumbres específicamente temporales la práctica (profesional) de las matemáticas.

MATEMÁTICAS DE TORNEO: DEL TEST DE TURING AL TROFEO DE SHANNON

Las novísimas reflexiones sobre la teoría del conocimiento científico de la naturaleza que escribiera quien era por aquel entonces (finales de la década de 1950, esto es, el momento germinal de las flamantes ciencias de la computación) era un joven, vanguardista y prometedor matemático estadístico, se leen hoy, casi 50 años después, desde el punto de vista inescapable que ofrecen los mil frutos informáticos que ha dado la revolución matemática de Turing y von Neumann. El proyecto de modelizar matemáticamente los procesos cerebrales como modo alternativo de practicar la física del paso del tiempo (la termodinámica): ese era el proyecto de la revolución cibernética. En este sentido, el presente texto tiene la gran virtud de ofrecer una de las expresiones más cristalinas del catecismo de Turing-von Neumann.³

La parte central del trabajo que traducimos aquí, dedicada a la exploración conjetural de un posible correlato psicológico de la distinción física entre sistemas clásicos y sistemas cuánticos, se cierra con una sucinta mención de los posibles contenidos empíricos de una, presumiblemente fructífera, línea de investigaciones futuras sobre el paso de los procesos inductivos a los procesos deductivos. Al hilo de lo cual, el autor menciona de pasada⁴ el caso de las investigaciones sobre teoremas matemáticos de precorrección de errores en sistemas de transmisión de datos.

«La cosa más sorprendente, la más estupefaciente, en la teoría de la información creada hace quince años por Shanon, era el teorema sobre la corrección de los errores que este autor demostró o, más bien, conjeturó. Se parte del hecho de que, si se trasmite un mensaje largo por una línea telefónica o una línea hertziana, hay muchas posibilidades de que el mensaje llegue deformado. Las consecuencias pueden ser muy graves, y todos los que utilizan teléfonos parisenses saben que pueden disminuirse las probabilidades de error de dos maneras muy sencillas: el emisor puede o bien repetir varias veces lo que

³ J. von Neumann, *El ordenador y el cerebro* [1958], Barcelona, Antoni Bosch, 1999

⁴ Mandelbrot, «Algunas cuestiones de teoría de la observación en el contexto de las modernas teorías de la inferencia estadística» [1958], *Empiria*, 8, 2004, p. ¿?

dijo, o bien hacerlo repetir por el receptor y —según el caso— confirmar que fue bien entendido... Lo que Shannon imaginó es la posibilidad de llegar al mismo resultado por un método absolutamente distinto y mucho más económico: demostró que si se añaden almensaje símbolos llamados redundantes, se puede en cierto modo descubrir y corregir de antemano los errores de transmisión antes de que se produzcan.»⁵

El caso es que ni este ni en ningún otro de sus trabajos más especulativos —al menos que yo sepa— Mandelbrot, que por supuesto lo conoce, menciona abiertamente el hecho de que junto con las investigaciones aplicadas sobre modelos de optimización dinámica en sistemas mecánicos de transmisión, codificación, compresión y encriptación de datos, la otra gran línea maestra de investigación empírica señalada por Shannon como avenida de realización práctica de su teoría de la información —y, de hecho, una de las propuesta que, históricamente, llegó a erigirse en uno de los bastiones investigadores del proyecto de mecanizar los procesos de inferencia comunicativa, ha sido el diseño e implementación de algoritmos eficientes para «buscar» en espacios de explosión combinatoria.⁶ Dominio investigador éste, según conjeturó el propio Shannon, dónde sería más probable elaborar evidencias fehacientes de la existencia de inteligencia mecánica y hallar, en suma, la piedra filosofal de Turing mediante el siguiente expediente práctico: construir una máquina computadora capaz de vencer al humano o humana vigente campeón del mundo de ajedrez.⁷

Comenzando con la histórica decisión del matemático británico Alan Turing de reclutar a varios maestros de ajedrez británicos —entre ellos al campeón inglés Hugh Alexander, que acabaría tomando el mando *de facto* del grupo⁸— para formar parte de la unidad especial de información del ejército británico que derrotó a la máquina *Enigma*, un sistema de codificación de mensajes de radio que permitía al mando alemán enviar órdenes secretas de ataque a su flota de sub-

⁵ Mandelbrot, «¿Es útil todavía la teoría de la información?», en VV.AA., *El concepto de información en la ciencia contemporánea. Coloquios de Royamount* [1965], México D.F., Siglo XXI, 1966, 55-70, 56. Para modelos matemáticos protofractales que demuestran la imposibilidad de arbitrar procedimientos mecánicos eficientes de precorrección de errores en sistemas telefónicos de transmisión de señales perturbados por ruidos aleatorios que llegan «a ráfagas», véase Mandelbrot, «On recurrent noise limiting coding», en E. Weber (ed.), *Information Networks*, Nueva York, Interscience, 1955, 205-221; y Berger y Mandelbrot, «A new model for the clustering of errors on telephone circuits», *IBM Journal of Research and Development*, 1963, 7, 224-236. Sobre modelos probabilísticos (también protofractales) de generación y codificación de cadenas de caracteres lexicográficos que replican de manera realista diversas propiedades macroestadísticas empíricamente observadas (p.e. distribuciones de frecuencia de palabras) en sistemas gramaticales históricos, véase Mandelbrot, «Aléas du discours», en Mandelbrot, *Fractales, hasard et finance*, París, Flammarion, 1997, 192-246.

⁶ T. Marsland, «Computer chess and search», en S. Shapiro (ed.), *Encyclopedia of Artificial Intelligence*, Nueva York, Wiley, 1992.

⁷ C. Shannon, «Programming a Computer for Playing Chess», *Philosophical Magazine*, 1950, 41, 256-274.

⁸ A. Hodges, *Alan Turing. The Enigma*, Londres, Vintage, 1992, 227-228.

marinos en el Atlántico⁹, y terminando, al menos provisionalmente, con la victoria de la máquina *Deep Blue* sobre el vigente campeón mundial de ajedrez, el ruso Garri Kasparov, en el partido de revancha celebrado en Nueva York en 1997¹⁰, la historia reciente de las ciencias de la computación está recorrida por el hilo rojo del «noble juego» —que es el juego de la guerra, que no es un juego.¹¹

MANDELBROT Y EL AJEDREZ

En la vanguardia de la revolución cibernética—proto—informática, los trabajos científicos pioneros de ajedrecistas diletantes tan notables como John Von Neumann¹², Norbert Wiener¹³, Claude Shannon¹⁴, Alan Turing¹⁵ o Herbert

⁹ Desde su base de operaciones, el barracón 8 de Bletchley Park, cerca de Londres, el batallón de ajedrecistas-criptógrafos reunido por Turing puso a punto, entre 1940 y 1943, la máquina Colossus, un armatoste mecánico para agilizar las tareas de desciframiento de mensajes, y también un primitivo ordenador cuyo diseño incorporaba ya de forma precursora algunos de los principios básicos —aunque no el característico «programa almacenado internamente»— de lo que luego se daría en llamar la ‘arquitectura von Neumann’ o arquitectura universal para computadoras digitales.

¹⁰ M. Newborn, *Deep Blue: An Artificial Intelligence Milestone*, Nueva York, Springer, 2003.

¹¹ La genealogía profundamente militarista de la investigación en materia de ciencias de la computación e inteligencia artificial en los EE.UU. ha sido documentada, entre otros, por Poundstone, *El dilema del prisionero*, op. cit.; P. Edwards, *The Closed World. Computers and the Politics of Discourse in Cold War America*, Cambridge, MA, MIT Press, 1996; y P. Mirowski, *Machine Dreams. Economics Becomes a Cyborg Science*, Nueva York, Cambridge University Press, 2002. Y aunque, bien que menos ambicioso, desde el punto de vista socio-historiográfico, que el magno estudio genealógico de Paul Edwards sobre la co-construcción discursiva de las ciencias de la computación y la Guerra Fría, o que la inteligente causa montada por Phil Mirowski para promover a un John von Neumann trabajando en sus ratos de ocio al puesto de «economista más influyente del siglo XX» («como si una torre pudiera, en su avance, tomar un peón al paso»), el volumen de Poundstone tiene al menos la virtud de incorporar explícitamente en su relato resúmenes sumarios de algunos eventos bien conocidos de esta historia paralela de la guerra por ordenador que es la historia del ajedrez (además de incluir el término «ajedrez» en su índice analítico). Siendo que, en las tres narraciones, la historia de las investigaciones lógico-matemáticas e informáticas sobre qué y cómo hacer para dar *jaque mate* antes que tu oponente, juegan muy visiblemente el papel de pieza clave (y nunca una redundancia fue tan interesante: pieza secreta, pieza oculta, pieza (im)prescindible, etc.), Mirowski no parece darse cuenta de que se la encuentra a cada paso, mientras que Edwards, que sólo alude a este hecho una vez y de pasada (en un comentario sobre la escena de la partida de ajedrez entre el ingeniero genético y el replicante de la película *Blade Runner*, p. 344), llega al extremo de asimilar el ajedrez a las tres en rayas (cf. la exégesis del final de la película *Juegos de Guerra*, p. 330) con tal de no meter su argumento en más berenjenales.

¹² J. von Neumann y Oskar Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behaviour*, Nueva York, Wiley, 1944, que formalizaron el concepto algorítmico de solución minimax, universalmente empleado desde entonces para el tratamiento computacional de los juegos de estrategia pura, y muy particularmente el ajedrez.

¹³ N. Wiener, *Cibernética o el control y comunicación en animales y máquinas* [1948], Barcelona, Tusquets, 1985, que contiene un apéndice específico sobre la programación de máquinas computadoras para jugar al ajedrez.

¹⁴ Shannon, «Programming a Computer for Playing Chess», op. cit.

¹⁵ A. Turing, C. Strachey, M. Bates y B. Bowden, «Digital Computers Applied to Games», en B. Bowden (ed.), *Faster Than Thought*, Londres, Pitman, 1953, 286-310

Simon¹⁶. En fin, la tesis doctoral de Benoît Mandelbrot¹⁷, autocalificado como «el último alumno de John von Neumann», es un pequeño compendio de las herramientas formales (termodinámica, teoría de juegos, teoría de la comunicación, cibernética, criptografía, estadística lingüística) cuya articulación delimita el campo disciplinar de la inteligencia artificial, escrito desde la óptica característica del ajedrecista frustrado-desengañado.

«Un matemático profesional puede ser comparado con un jugador de ajedrez profesional. Para ser realmente un jugador de ajedrez, una persona debe estudiar en profundidad todas las grandes partidas jugadas durante el último siglo más o menos. No se puede jugar con los grandes si uno comete errores que alguien ya cometió cien años atrás y que todos los demás saben ya como evitar. Cuando era un chaval fue campeón de ajedrez. Me retiré con once años porque nos mudamos de un sitio donde todo el mundo jugaba al ajedrez y se organizaba un campeonato infantil, a otro donde nadie jugaba. Retrospectivamente pienso que la fortuna me sonrió entonces, pues mi forma de jugar al ajedrez era completamente intuitiva. Poseía una especie de sexto sentido para las relaciones espaciales entre las piezas. Y tenía mucha resistencia. Era un luchador. Pero en realidad no me había empollado todas esas partidas históricas.»¹⁸

En un escrito reciente sobre las posibilidades del arte fractal, Mandelbrot menciona de nuevo, bien que de pasada y algo sesgadamente, el tema del ajedrez en relación con las matemáticas y, ya puestos, con los ordenadores. En el contexto de un argumento central que trata de poner en relación la infografía fractal con la historia del arte y la prueba del Test de Turing sobre la inteligencia artificial, hace una alusión muy somera a los principios metodológicos que han guiado la construcción de programas informáticos para jugar al ajedrez con el propósito de ejemplificar la diferencia entre procedimientos algorítmicos creativos y mecánicos.

«Los programadores que trabajan en el campo del ajedrez por computadora no hacen sino reproducir aquello que ya es conocido, esto es, las gestas llevadas a cabo por los grandes campeones de ajedrez del pasado en sus mejores partidas. Cuando uno de estos programas ajedrecísticos selecciona su próxima jugada el fundamento de su elección no es sino el consenso actual de los expertos... Esta clase de fórmulas de representación [exahustiva] no pueden en forma alguna penetrar dentro de la naturaleza del pensamiento, y por tanto no tienen nada que ver con el tema de la inteligencia»¹⁹.

¹⁶ Véase, entre otros, H.A. Simon y G. Baylor, «A Chess Mating Combination Program» [1966], en Simon, *Models of Thought*, New Haven, Conn, Yale University Press, 1979, 181-200.

¹⁷ B. Mandelbrot, *Contribution a la théorie mathématique des jeux de communication*, París, Publications de l'Institute Henri Poincaré, 1953.

¹⁸ M. Davis, «Profile of Benoit B. Mandelbrot», *Omni Magazine*, 1984, febrero.

¹⁹ Mandelbrot, «Les fractales, l'art algorithmique, et le test de Turing», en R. Daudel (ed.), *La science et la métamorphose des arts*, París, PUF, 1994, 39-52, p. 46.

El somerísimo retrato robot de la actividad de diseño y construcción de máquinas computadoras para jugar al ajedrez que hace Mandelbrot aquí era ya, en el momento en que presumiblemente fue redactado, inexacto. En verdad, en el campo de la programación de computadoras para jugar al ajedrez, la metodología de los «sistemas expertos», basada principalmente en representaciones estadísticas de la convención social imperante en un dominio de conocimiento dado (terapia psicoanalítica, traducción lingüística, inversión bursátil, etc.), sólo tiene verdaderas aplicaciones en el diseño de algunos pocos —aunque, efectivamente, muy básicos²⁰— de los elementos arquitectónicos de este tipo de sistemas informáticos. Pero la gran mayoría de las jugadas que los programas de ajedrez realizan no proceden de un sistema memorístico de archivo y recuperación de información, sino de una amplia variedad de sistemas algorítmicos de generación, búsqueda selectiva y evaluación de movimientos ajedrecísticos legales.²¹

Aunque, al menos que yo sepa, Mandelbrot no ha llevado a cabo ni mucho menos publicado trabajo científico alguno en materia de algoritmos de búsqueda aplicados a la programación de ordenadores para jugar al ajedrez, me atrevería a aventurar aquí, en espera de un trabajo más serio de contrastación historiográfica, la hipótesis especulativa que afirma que la invención de las matemáticas fractales guarda paralelos teóricos, metodológicos y tecnológicos muy profundos con la historia del *computer chess*, verdadera vía regia de las ciencias de la computación. Justamente, el breve ensayo especulativo publicado por Mandelbrot 1958 sobre posibles vías paralelas de reflexión físico-matemática (teoría de la información, teoría de juegos y teoría de la decisión) sobre la psicogénesis de las categorías de pensamiento lógico que presentamos aquí, parece aportar algunas evidencias en este sentido. En la parte final del trabajo, por ejemplo, Mandelbrot sostiene que, en el contexto de espacios de decisión estadística, el paso de la inducción a la deducción no implica un salto de calidad sino un umbral de cantidad. Es interesante que el siguiente paso de su modelo de físico-estadístico-informacional del origen del razonamiento lógico presente el problema de la auto-referencia inductiva como previo final a la entrada del razonamiento teórico en el mundo empírico de las reglas de la lógica de la investigación: «De los fenómenos de retroacción inferencial sobre el principio de inferencia mismo, resultarán contradicciones entre las inferencias a las cuales conduce este principio, lo cual

²⁰ Los llamados «libros de aperturas» de los programas de ajedrez se programan como sistemas expertos, por la sencilla razón de que, en materia de aperturas, la inteligencia ajedrecística humano es fundamentalmente de carácter memorístico. También, aunque sólo en parte, las bibliotecas de finales responden al perfil de sistemas expertos. Finalmente, en algunos casos la programación de reglas heurísticas para continuar posiciones de juego medio bien conocidas puede también concretarse en fórmulas de ponderación y contraste estadístico aplicadas sobre enormes bases de datos que tratan de reflejar el estado presente de la opinión media entre los Grandes Maestros Internacionales.

²¹ Véase P. Frey, «An Introduction to Computer Chess», in Frey (ed.), *Chess Skill in Man and Machine*, New York, Springer Verlag, 1977, 54-81.

constituye un destino necesario en los casos en que el número de inferencias aumenta indefinidamente.»²² Esta sencilla aproximación teórico-descriptiva al problema empírico del aprendizaje de las categorías de pensamiento puede leerse también, porqué no, como una reflexión previa al trabajo de elaboración de una lista de instrucciones genéricas para la construcción de algoritmos matemáticos de búsqueda y selección en espacios de dimensiones estadísticas. *Voilà!*

Presumo que otros muchos y más fundamentales temas de la historia del ajedrez por ordenador podrían rebuscarse y sin duda encontrarse tratados de manera interesantemente singular en la vasta obra matemática fractal de Mandelbrot. Sugiero que la distinción entre *tiempo fractal* y *tiempo cronológico* elaborada por nuestro hombre a lo largo de sus ya más de cuarenta años de incursiones pirata en el continente hostil de la econometría financiera²³ sería un buen candidato para este trabajo de rebusca. (Como saben los ajedrecistas de torneo, el problema del reloj —vgr. de la restricción temporal— es central en cualquier juego de estrategia real, no puramente imaginario²⁴: la presencia explícita de marcas temporales es la que dota de seriedad al trabajo formal de modelización matemática y simulación informática, que en ausencia de las mismas —tiempo infinito— se convierte en un simple juego.

²² Mandelbrot, «Algunas cuestiones de teoría de la observación...», op. cit, p. ¿?)

²³ La formalización matemática de series temporales de datos estadísticos de carácter económico y financiero ha sido una de las provincias investigadoras más productivas en este sentido, véase Mandelbrot, «Fractals in Finance Stage III», en Mandelbrot, *Fractals and Scaling in Finance*, Nueva York, Springer-Verlag, 1997, 39-49. Un tratamiento convergente de este más fundamental de los objetos de la ciencia occidental moderna es el característico de los estudios etnometodológicos de las *haecceidades* sociales. Véase por ejemplo M. Lynch, E. Livingston, y H. Garfinkel, «El orden temporal en el trabajo de laboratorio», en J.M. Iranzo et. al. (eds.), *Sociología de la ciencia y la tecnología*, Madrid, CSIC, 1995, 163-185. Es igualmente instructivo comparar el modelo (epistemológico) de explicación inductiva de los procesos de «aprendizaje de estructuras intelectuales» que expone aquí Mandelbrot con el procedimiento inductivo más reconociblemente «fractal» descrito la siguiente guisa por el etnometodólogo Harvey Sacks: «[N]os podría parecer un tremendo jeroglífico que Whorf, estudiando el lenguaje de los navajos, hablando con un navajo en Nueva York, pudiera construir una gramática más o menos coherente de su idioma, y otra persona podría hacer lo mismo, por lo cual diríamos, '¿No es fantástico? Tiene que haber sido un genio'. Pero luego podríamos decir, bueno ¿con cuánta gente se cruza un navajo cuando está aprendiendo a hacer el navajo? No tiene por qué ser tan genial. Entonces podríamos llegar a una perspectiva en la que, si bien podríamos, bajo ciertas condiciones, tener la noción de que un procedimiento estadístico es más seguro que otros, bien pudiera ser que podríamos dar una explicación formal a través de actividades singulares. Y éste sería un hallazgo teórico muy importante.» (Sacks, «Sobre muestreo y subjetividad», en F. Díaz (comp.), *Sociologías de la situación*, Madrid, La Piqueta, 2000, 85-94, cit. pp. 89-90).

²⁴ «Un juego puramente abstracto es aquel cuyas reglas no implican contacto alguno con el mundo real, y que por tanto puede ser jugado mentalmente. El ajedrez de torneo no es uno de esos juegos, porque sus reglas limitan la cantidad de tiempo que un jugador puede dedicar a pensar sus movimientos. La sola mención cronológica del tiempo pone al juego del ajedrez en contacto con el mundo real y lo despoja así de la pureza que presupone la abstracción.» (J. Weizenbaum, *Computer power and human reason. From judgement to calculation*, San Francisco, CA, W.H. Freeman, 1976, 23-25, 44, mi subrayado).

MATRIMONIO PROFUNDO

Las matemáticas son un juego que se juega en serio, esto es, como dicen los informáticos, «en tiempo real.» Tiempo... ¿real?

El enigma, que en múltiples sentidos puede calificarse de *histórico*, de cual sea la *temporalidad característica* de las cosas de los hombres (de las cosas y de los hombres) ha sido abordado de muy diferentes formas por las distintas disciplinas que componen el mapa de las ciencias sociales. Desde Pitágoras y Platón hasta Newton y von Neumann, la historia de los grandes genios matemáticos revela su propensión a adoptar una curiosa filosofía de vida y trabajo: toda actividad creadora que tiene realmente lugar, esto es, que se inicia y se termina en el tiempo de los hombres, desde una conversación a la prueba de un teorema matemático, es a la vez del hombre y la tierra, la psique y del cosmos.²⁵

Desde que fue inventado, el reloj siempre ha querido casarse con la vida aunque, *sobre el papel*, nunca un matrimonio tal ha parecido posible. Hoy, *sobre el silicio*, el matrimonio profundo entre El Reloj y La Vida, Él y Ella empieza a parecer posible. Paradojas del destino, poco menos de medio siglo después de que fuera concebido sobre el papel, el ordenador digital de von Neumann, verdadera encarnación terrena de la Idea Matemática Suprema de Turing, está, efectivamente, obligando a los matemáticos y a las matemáticas a bajar a tierra. Las fórmulas infográficas de Benoît Mandelbrot, «el último discípulo de von Neumann», aquel estudiante de doctorado en estadística matemática que quería convertirse «el Kepler de la lingüística», son el supremo sacerdote que oficia esta ceremonia sagrada cuyo testigo principal son los fenómenos pedagógicos absolutamente radicales que tienen hoy masiva y ordinariamente lugar en las aulas escolares durante «la hora de mates». Pues en la otrora fatídica clase del «coco» de las asignaturas del cole, y de la mano amiga del ordenador con interfaz gráfico, los otrora sufridos estudiantes *ven*, entre perplejos y asombrados, *cómo* el cálculo repetido de los números va dibujando, preci(o)samente detalladas, las formas *más familiares*: hojas, nubes, costas, ríos, montañas...²⁶

²⁵ R. Tarnas, *La pasión del pensamiento occidental*, Barcelona, Prensa Ibérica, 1997, 429-442.

²⁶ Véase B. Mandelbrot y M. Frame (eds.), *Fractals, Graphics, and Mathematics Education*, Nueva York, Cambridge University Press, 2002.

INTRODUCCIÓN

Resulta completamente banal constatar que los principios epistemológicos, en apariencia los más absolutos, deben revisarse frecuentemente para dar cuenta de los progresos de las ciencias. En el presente trabajo nos proponemos examinar algunas posibles consecuencias epistemológicas de dos teorías modernas que tratan de los problemas de la observación: la teoría de la decisión y la teoría información.

Estas dos teorías forman parte de un complejo de formulaciones a las que podemos llamar 'teoría de la inducción estadística', o incluso 'cibernética' (aunque el empleo de este último término, que se ha vuelto demasiado vago, implica de hecho el rechazo de varias otras acepciones posibles). Lo que principalmente caracteriza a estas teorías es el hecho de haber planteado problemas de inducción en contextos reales a la vez muy simples y de gran importancia práctica e incluso utilitaria, lo que ha conducido a la formulación de un buen número de 'recetas' que diversos profesionales consultan efectivamente antes de tomar una decisión. Anteriormente, los problemas de inducción solían plantearse principalmente en base a la interpretación *a priori* de teorías desfasadas, o al análisis *a posteriori* del proceso mismo de descubrimiento, modelos éstos que los profesionales pueden ignorar con total tranquilidad en su actividad práctica, y sobre los que, en todo caso, su control consciente es muy reducido.

De modo que puede decirse que, el contexto científico en el que el filósofo trata de la inducción, ha cambiado tan rápidamente en tiempos recientes que se ha transformado por completo²⁷. Sería sin embargo muy imprudente adoptar, en vista de este cambio, una u otra de dos actitudes típicamente simplificadoras, una de las cuales consistiría en pretender que todos los enigmas de la inducción han sido ya resueltos por estas nuevas teorías, mientras que la otra afirmararía que no existe ninguna relación entre la inducción en sentido estadístico y la inducción en sentido 'clásico'.²⁸ A los entusiastas es necesario recordarles las limitaciones de estas nuevas teorías, perfectamente reconocidas por sus creadores. Y a los pesimistas, por su parte, que esas limitaciones, aunque explícitas, aun no se conocen en profundidad, y que el sentido clásico del término inducción tampoco es el que mejor lo define. Desde este punto de vista, todo apuntaría, a falta de una solución universalmente adoptada sobre los problemas de la inducción, a comenzar por aplicar la teoría que poseemos de la forma más deliberada posible y en un contexto lo más amplio posible, hasta que topemos con paradojas irreductibles, círculos viciosos no demasiado molestos, o absurdos flagrantes. El único medio de ver los límites de una teoría es probándola.

²⁷ Para una exposición de la teoría de la inducción estadística destinada a un público filosófico puede verse la obra de R.B. Braithwaite, *Scientific Explanation*, Cambridge, 1953.

²⁸ Los mismos estadísticos adoptan alternativamente una u otra de estas dos actitudes extremas; por ejemplo, sir Ronald Fisher es uno de los más firmes adeptos a la actitud pesimista en todo aquello que concierne a la teoría estadística de la decisión, a pesar de su tendencia a adoptar la actitud optimista en lo tocante a ciertos añadidos que piensa se deben aportar a la teoría.

Eso es lo que hemos intentado hacer aquí para el caso de dos problemas que en apariencia son muy especiales, pero que aun así han logrado atraer durante mucho tiempo la atención de un gran número de expertos. Se tratarán dos aspectos, en cierto modo contrapuestos entre sí, de las relaciones entre lo inductivo y lo deductivo; y este tratamiento hará surgir una relación circular, relación que hoy en día parece irreductible, entre dos tipos de descripción científica, uno de las cuales es clásico, pudiendo ser calificado el otro, por contraste, de ‘moderno’.

El primero de nuestros problemas será el del significado de los conceptos clásicos de ‘hecho bruto de experiencia’ o ‘enunciado protocolario’; esta discusión estará referida a la forma vulgarizada de las tesis del Círculo de Viena (tesis que parecen haber variado bastante poco dentro de su extremo rigor formal). Nos acercaremos pues a esa parte del circuito de observación de ‘la etapa clásica’ que es necesaria en el caso del circuito de observación de la teoría cuántica: obtendremos así dos casos generales para cada uno de los cuáles la etapa clásica se hace necesaria; ¡pero de ello no se sigue que consideremos que el cuadro conceptual de la teoría cuántica de la observación sea isomorfo con el de cualquier otra teoría de la observación!

En el segundo problema, por el contrario, será la inducción la que se situará en la base de la deducción. Se tratará de comprender *cómo se puede concebir desde el punto de vista genético el paso de las reglas prelógicas de acción del sujeto a las reglas lógicas usuales.*

En ambos casos se tratará con conclusiones en parte conjeturales, extraídas de teorías parciales de la observación y aplicadas al acto más general de observación que se supone en la base de la actividad de conocimiento científico. No pensamos que sea necesario preocuparse en demasía por la corrección histórica, sino que las tesis del Círculo de Viena deben discutirse a partir de aquéllas teorías cuyas expresiones centrales se han visto más influenciadas por este movimiento intelectual: la teoría cuántica y la teoría de la decisión.

LA TEORÍA «CLÁSICA»

No hemos dado aun una definición de qué sean la o las descripciones ‘clásicas’ y ‘modernas’; de hecho no existe aquí ninguna definición general sino sólo ciertas caracterizaciones parciales que son más fáciles de expresar para el caso clásico.

Empecemos pues por examinar un acto de observación cualquiera. No parece existir caso alguno de observación que no pueda comenzar a analizarse a través de una serie de etapas sucesivas, bien diferenciadas las unas de las otras. La problemática particular de este tipo de análisis nos permite introducir de forma muy directa algunas de nuestras consideraciones. Para empezar, sabemos que siempre encontraremos hiatos [*bornes*] en la secuencia cronológica, es decir lineal, de las formas sucesivas que toma el resultado de una observación. Efectivamente, pode-

mos decir que, si nos situamos demasiado cerca del objeto observado, el 'mensaje' que éste va a emitir aun no ha empezado a salir; mientras que, si nos situamos demasiado cerca del sujeto que lo recibe, tenemos buenas razones para creer que el proceso de recepción última del mensaje hace intervenir tal cantidad de retroacciones complejas, que un análisis cronológico resultará imposible. De todos modos estos dos obstáculos [*bornes*] están con frecuencia a suficiente distancia el uno del otro como para que sea más ventajoso considerar que la 'señal' recorre un continuo de formas sucesivas en los estados intermedios. Vamos a emplear deliberadamente el lenguaje de señales y mensajes, porque en la observación se trata siempre, en último análisis, de impresiones sensoriales estructuradas o reestructuradas en formas diversas. Pero la relación entre las distintas formas de la señal podrá ser unas veces inconsciente, estando provocada por un 'simple' juego de leyes de la naturaleza (sean las señales interiores o exteriores al sujeto), o podrá otras veces resultar de transformaciones conscientes de señales subjetivamente manipuladas como tales. Los puntos en los que cambia la forma de la señal se llamarán 'transductores' [*transducteurs*]; finalmente, todo lo que perturbe a una forma de señal o a una 'transducción' de forma incontrolable e intratable se denominará convencionalmente 'ruido'.

El observador desea 'remontarse' por la cadena de transformaciones que había sido anteriormente 'recorrida' por la señal, de forma que pueda conocerse la señal tal como fue emitida originalmente. Si fuera posible reconstruir esta cadena de forma perfecta, sin errores, no habría ninguna diferencia entre un observador que la reconstruyera únicamente con fines prácticos (guiar su acción ulterior) y otro cuyo único propósito fuese el 'conocimiento puro'. Pero en el caso de que la reconstrucción del pasaje emitido solamente pueda ser aproximativa, esta reconstrucción será completamente dependiente del fin propuesto. Un primera característica de la actitud clásica es la de rechazar por completo esta dependencia, colocándose en el punto de vista único del 'conocimiento puro'.

Nos gustaría poder decir que la finalidad general de la ciencia es ayudar al observador a reconstruir toda cadena de transducciones imaginable, sin necesidad de tener que distinguir entre lo que es físico y lo que es fisiológico o psicológico. Encontramos aquí el propósito 'clásico', que Pierre-Simon de Laplace asignaba a un ser tan refinado que, a partir del estado actual de todo el universo, era capaz de deducir todo el pasado y todo el futuro, tanto del más grande de los cuerpos como de la molécula más pequeña («... Y Pasado y Futuro serían Presentes ante sus ojos...»)

Nadie ha encontrado jamás semejante 'demonio de Laplace', y no existe ninguna sección sustancial del mundo exterior con respecto a la cual podamos considerarnos cercanos a dicho demonio. Sin embargo no resulta absurdo exponer las tareas de un ser tal como ideal de la ciencia, y es, desde el punto de vista 'moral', un ideal excelente. Una descripción que lo satisfaga se denominará 'clásica' y, desde el punto de vista histórico, este modelo de descripción se corres-

ponde con la mayoría de los casos. Esto se ve muy claramente para el caso de la descripción determinista en física. En el caso de las relaciones entre proposiciones, queda claro igualmente que la descripción clásica ideal viene dada por la noción de consecuencia, o mejor, de *identidad*, de la lógica deductiva.

Desde el punto de vista del lenguaje de las señales perturbadas por un ruido, una descripción clásica sería una descripción en la cual todos los ruidos fuesen completamente nulos.

Parece imposible demostrar *a priori* el carácter inadecuado del ideal clásico, si bien se ha intentado hacer en teoría cuántica y se ha creído durante una generación que un teorema de **John von Neumann** establecía la incompatibilidad del ideal clásico con los hechos probados de la teoría cuántica²⁹. Por el contrario parece plausible hoy en día creer que, desplazando suficientemente el nivel en el que encontraríamos una descripción clásica, podríamos volver inatacable la creencia en la posibilidad de una descripción semejante. Pero la concepción clásica no provee ninguna directriz en cuanto al modo de llegar a esta descripción ideal: se contenta (y he aquí su principal defecto) con vagas consideraciones relativas al método de aproximaciones sucesivas a la descripción clásica, gracias a las cuales el ruido de los transductores podría disminuirse progresiva y uniformemente a lo largo de la cadena de transducciones, y podría, en el límite, eliminarse.

Desgraciadamente no hay nada claro en este proceso de aproximaciones sucesivas. En lo que concierne al ideal final, todas las teorías actuales serían igualmente imperfectas, no ofreciendo el ideal ningún criterio para preferir una a la otra. Es muy cierto que las ciencias físicas han avanzado tanto y a una escala tan diferente con respecto a la psicología, que se puede llegar a admitir, para fines de la experiencia psicológica, que la física ha alcanzado el ideal clásico. Es de hecho (naturalmente) sobre esta admisión, que se basa la creencia en la posibilidad de realización de este ideal en todo lugar por el método de aproximaciones. Pero en realidad la epistemología debe empezar por estudiar los fundamentos de la física en sí, *lo que ya exige, de partida, el empleo de la psicología de la percepción*. Este 'círculo de las ciencias' es actualmente muy conocido, y el ejemplo en el que se ha estudiado más escrupulosamente es el caso de la teoría cuántica. Vamos a recordar cómo dicha teoría ha demostrado la posibilidad de admitir, de forma provisional o no, que la teoría física sea no—clásica con la única condición de que exista al menos una etapa del circuito de observación que pueda describirse de forma clásica y que pueda en alguna medida servir de 'punto fijo'. No pensamos que el problema general de la observación sea isomorfo con la problemática específica introducida por la teoría cuántica, pero consideramos esta teoría extremadamente sugerente y más aun cuando en cierto sentido se trata quizás de una teoría ya superada, de la cual vemos bastante bien sus límites.

²⁹ J. von Neumann, *Fondements mathématiques de la mécanique quantique*, París, 1947. Louis de Broglie ha consagrado numerosas discusiones a este problema. Véase su libro *La Physique quantique restera-t-elle indéterministe?*.

UNA TEORÍA MODERNA, LA TEORÍA CUÁNTICA, Y SU ETAPA CLÁSICA

Las teorías modernas se distinguirán de las aproximaciones provisionales a teorías clásicas por el modo en que tratan las *relaciones no biunívocas* entre las formas sucesivas de una señal, y en particular *por el modo en que tratan el azar*. Esencialmente, la relación causal en física cuántica se considerará como un fenómeno irreductiblemente estocástico, del mismo que la inducción se considerará como un fenómeno irreductible a la deducción; pero no parece haber en estos casos un ideal moderno expresable de forma universal, por lo que la descripción de estas nuevas teorías será siempre más delicada que la de las teorías clásicas (*cf.* Laplace). (Nos preguntamos incluso, pero sin haber considerado aun este punto detenidamente, si *una epistemología basada únicamente en el análisis del lenguaje* no correrá el riesgo de reducirse a lo clásico, es decir, de tener que renunciar a una buena parte de la riqueza de lo real, que sin embargo la física ha conseguido abordar).

Algunas de las teorías ‘modernas’ que hemos examinado revelan poseer, en contraste con las teorías clásicas, una relación circular particularmente fascinante. En la práctica este círculo no tendrá nada de vicioso, e incluso podemos preguntarnos si el fin de la epistemología no se vería ya alcanzado cuando llegamos a círculos tan bien elaborados como éstos.

Comencemos por la teoría de la observación cuántica, desde su crisis de alrededor de 1925 (Born y Heisenberg), que había llevado a renunciar a toda interpretación clásica subyacente, hasta su crisis de 1952 (Bohm y la escuela de de Broglie) que en principio demostró que era posible retrotraer el azar incontrolable postulado desde 1925 a un juego de ‘variables ocultas’, tan excesivamente finas que todavía no han podido ser observadas. En resumen, en esta historia el ideal clásico se habría salvado al final de una generación durante la cual estuvo prohibido soñar con él. El sueño vuelve otra vez a permitirse, pero en realidad esta solución ‘clásica’ se sitúa todavía en un nivel tan hipotético y estrecho que no parece contribuir a la comprensión del problema del conocimiento en el nivel cuántico propiamente dicho. Por contra, sabemos que la teoría de la época intermedia, llamada teoría de Copenhague (1925-1952), puede, e incluso debe, basarse en un análisis del proceso de observación; así pues *ella misma lleva en su seno una parte de su propio análisis epistemológico*. Volvamos a retomar pues este análisis haciendo más hincapié en un punto particular, ‘la etapa clásica’ del circuito de la observación cuántica.

¿Cómo separamos, en efecto, en teoría cuántica, al sujeto observador del objeto observado? En principio, la separación es, rigurosamente hablando, imposible. En efecto, uno de los puntos esenciales de la teoría cuántica es su carácter global, es decir el hecho de que, hablando estrictamente, no podemos separar jamás dos sistemas interactuantes; cualquier contacto e interacción es en efecto susceptible de provocar (más o menos frecuentemente) efectos incontrolables más o menos intensos. Aquí, el fenómeno de la observación constituye un contacto de una

intensidad muy particular. No se trata en este caso de un simple conflicto terminológico, sino de una dificultad técnica que hay que abordar desde el punto de vista de la expresión matemática del problema de la observación; nada menos.

El resultado de todo esto es que se hace indispensable contradecir la teoría cuántica introduciendo en alguna parte de su circuito de observación un corte que, hablando estrictamente, es contrario a los principios mismos de la teoría cuántica. En general insistimos sobre todo en esta contradicción y en el hecho de que el corte, al ser *siempre* contradictorio con el resto de la teoría, es libre de ser situado en cualquier parte del circuito de observación. Podremos colocarlo ‘muy arriba’, ‘en’ el observador (sobre su retina, sobre su nervio óptico...), o por el contrario ‘muy abajo’, ‘en’ el objeto. Los únicos límites (ya mencionados) son aquéllos en los que la señal aun no ha sido creada y aquéllos en los que su carácter temporal unidimensional ha desaparecido. Pero no basta con decir que en la mayoría de los casos el corte, al ser artificial, también es arbitrario; la elección de la situación del corte la afrontamos *frecuentemente*, pero el corte como hecho ya consumado tenemos que acatarlo *siempre*.

Entre las corrientes expuestas de la teoría cuántica, es la de D. Bohm³⁰ la que nos parece haber insistido mejor y más ampliamente sobre este punto, y sobre el hecho de que introducimos así, en un problema cuántico, una etapa que podemos llamar clásica, porque tan sólo exige la física precuántica. La etapa clásica típica es aquélla en la que la observación se constituye como una placa fotográfica muy ampliada. Para poder generalizar las propiedades de esta etapa clásica de la observación a casos no cuánticos, deshagámonos ante todo de esa propiedad suya que consiste en que es posible reproducirla un número prácticamente infinito de veces (número que aumenta con la ampliación de la placa), es decir, alargar la cadena de transducciones con tantos eslabones como queramos. A pesar de, o a causa de, su aparente trivialidad, esta relación de identidad, de conservación, basta para plantear el problema de la significación general de la etapa clásica.

Pero, junto a esto, existe otro punto de la teoría que introduce una relación totalmente inversa con la teoría clásica: es el ‘principio de correspondencia’, según el cual las previsiones de la teoría cuántica deben, para sistemas macroscópicos muy grandes, corresponderse con las de la física clásica. Este es un hecho bien conocido.

De este modo, entre la física clásica y la cuántica existe una relación absolutamente circular y particularmente fascinante.

Cabe destacar que la extensión de la zona clásica de la cadena de señales es tanto más grande cuanto mayor es la magnitud de la señal en relación con el ruido. Pero cuando esta relación decrece y el ruido se hace cada vez más grande en relación con la señal, la teoría clásica no puede ya abarcar el conjunto del dispositivo: siempre quedan etapas cerebrales con una señal muy débil. Cuando la

³⁰ D. Bohm, *Quantum theory*, New York: Prentice-Hall. Poco después de haber escrito esta obra, Bohm ha revelado los errores en la aplicación del teorema de von Neumann.

relación disminuye, las etapas clásicas se vuelven primero discontinuas, reduciéndose luego prácticamente a una etapa única: son de hecho tales fenómenos de una señal muy pequeña los que, entre 1900 y 1925, han formado el contenido de la teoría de los cuantos. Esta relación entre la proporción señal/ruido y el grado de indeterminación de la etapa clásica, es tan importante que resulta bueno ilustrarla comparándola con el comportamiento mucho más familiar de la 'profundidad de campo' de un sistema óptico (por ejemplo de una cámara fotográfica) (se trata solamente de una ilustración que no se debe intentar llevar demasiado lejos). Sabemos en efecto que cuando un objeto está muy fuertemente iluminado basta con abrir un poco el diafragma de la cámara para realizar la fotografía, lo que tan sólo introduce en el sistema un mínimo flujo incontrolable proveniente de los bordes de la lente, que jugaría el papel de ruido; en este caso el campo de la cámara es muy profundo, es decir, que objetos situados a distancias muy variables respecto de la cámara se ven perfectamente nítidos. Pero si, estando el objeto poco iluminado, es necesario abrir mucho el diafragma, el campo se vuelve cada vez menos profundo, pudiendo incluso quedar reducido a un solo plano focal.

Para terminar dos observaciones. Primero, sabemos o concebimos de forma convencional, que la estructura de un sistema óptico influye muy poco en el caso de iluminaciones muy intensas y aperturas muy débiles. En esta zona todos los sistemas son equivalentes. Pero es más interesante examinar esto para el caso de aperturas medias o grandes, aunque en la práctica sólo pensemos utilizar aperturas muy débiles. De hecho parece que, incluso si las observaciones que exceden de un cierto umbral de baja iluminación o gran apertura fueran raras o sistemáticamente evitadas por los sujetos, sería aun así preferible examinar el sistema cerca de dicho umbral para comprender su estructura. Veremos otro ejemplo análogo en el tema de la inferencia estadística, donde la teoría de los grandes números o las grandes muestras se acerca al ideal clásico debido a la extrema pequeñez de los errores posibles, pero no permite fundar una teoría de la inferencia, porque todas las diferencias entre los diversos sistemas son en este caso completamente despreciables. La teoría de la inferencia estadística debe construirse en torno a los fenómenos de inferencia a partir de muestras pequeñas.

Otra observación: 'etapa física' ya no es actualmente sinónimo de 'etapa clásica', definitiva, fija, de un circuito de observación, y la razón por la que ya no lo es está relacionada con la presencia de un observador en dicho circuito, es decir, con el paralelismo psicofísico. Este es un marco bastante satisfactorio desde el punto de vista epistemológico.

Vamos en breve a pasar a otro tipo de pareja clásico-moderna de teorías de la transducción; aquella que encontramos en el estudio de la percepción. Pero antes de ello, nos gustaría realizar algunas observaciones sobre el papel, muy mal conocido, que las teorías que vamos a invocar juegan ya en la física.

En principio, los fundamentos conceptuales de la teoría cuántica, tan sólo aluden a la parte deductiva del *calculo de probabilidades*, es decir al cálculo probabilístico de eventos complejos a partir del conocimiento de ciertos eventos

elementales. Consideremos empero la célebre axiomática de la teoría cuántica que debemos a John von Neumann. Llegados a un cierto punto crucial, nos damos cuenta de que se hace necesario recurrir a un procedimiento de *retro-dicción*, de retorno desde las probabilidades hasta las causas, de inferencia estadística de las causas a partir de sus efectos. Von Neumann afirma que «tan sólo podemos inferir si conocemos probabilidades *a priori*» de las diversas causas posibles; y como de hecho no conocemos dichas probabilidades, vamos a inventar unas que sean ‘razonables’ y de cómoda manipulación. Para ello, asignamos probabilidades uniformes a los eventos de un determinado conjunto, y construimos la teoría sobre esta base. Se trata en definitiva de un nuevo axioma, del cual nos resulta difícil saber si es realmente indispensable, pero para el que, en todo caso, echamos en falta que no sea demasiado evidente.

De hecho, nunca hablamos en termodinámica estadística de retrodicción de las causas, procedimiento de carácter inductivo. Sin embargo, un análisis detallado de los procedimientos realmente seguidos en las exposiciones más pormenorizadas de la teoría, muestra que la relación entre la temperatura y la energía en cada uno de los dos casos fundamentales, es la misma que existe entre el parámetro de una distribución de probabilidad y la variable aleatoria. Esta relación se conoce bien en el caso llamado canónico, en el que conocemos la temperatura en el interior de un recipiente cerrado cuya energía fluctúa. Pero no se conoce bien en el caso llamado microcanónico, en el cual la energía permanece fija; en este caso el concepto de temperatura pierde en principio todo sentido. Para devolverle uno, recurrimos a lo que consideramos una nueva definición, en principio independiente de aquella que es válida en el caso canónico; pero en realidad la expresión dada por esta definición es simplemente idéntica al valor *estimado* de la temperatura de un recipiente que presumimos había estado primitivamente en contacto con el sistema considerado; de este modo tenemos como recurso la ‘estimación’, que es una retrodicción, lo que implica una ‘inducción de causa’.

Estas cuestiones, bastante delicadas, se han expuesto en detalle en otro trabajo³¹; de hecho no modifican en nada las previsiones de la teoría termodinámica, y su principal interés es pues de orden epistemológico: *permiten basar la termodinámica estadística en consideraciones de teoría de la observación*, independientemente de toda cuestión relativa a partículas elementales subyacentes. Así pues, puede considerarse que el carácter estadístico de la teoría [vgr. de la termodinámica] es irreductible, y no tiene por qué deberse precisamente al resultado de un número extraordinariamente grande de contribuciones atómicas no aleatorias; esto acerca la termodinámica estadística a la teoría cuántica estilo Copenhague.

³¹ Cf. nuestro trabajo «Exhaustivité de l'énergie totale d'un système en équilibre, pour l'estimation de sa température», *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 1956, 243, 1835-1837.

¿Cuál es, desde este punto, la posición del ideal clásico en relación a todas estas consideraciones? Es la misma que en la teoría cuántica; la descripción clásica vuelve a encontrarse en primer lugar para el caso de los sistemas muy grandes, para los cuales la teoría estadística debe producir necesariamente los mismos resultados que la termodinámica fenomenológica pre-estadística. En segundo lugar, la definición misma de un sistema microcanónico implica que la energía de un sistema aislado se conserva, y hemos visto que esa es una de las propiedades débiles de las etapas clásicas.

TEORÍAS MODERNAS Y CLÁSICAS DEL TRANSDUCTOR PSICOLÓGICO

Volvamos al análisis cuántico de la separación entre el observador y el objeto de la observación. En las exposiciones de esta teoría encontramos frecuentemente la expresión ‘paralelismo psicofísico’, pero es evidente que no encontramos ningún rastro de una especificación explícita del componente psicológico en estas exposiciones. Para guardar la integridad conceptual de la teoría cuántica, tenemos mucho cuidado en considerar que el observador es un sistema físico como cualquier otro, con una interacción muy fuerte con el objeto observado. De hecho, la aplicación de consideraciones cuánticas parece haber sido de gran ayuda heurística para ciertos investigadores en el estudio de las propiedades de la materia viva y en particular en fisiología del sistema nervioso. Sin embargo, en el circuito de observación existe, entre lo físico y lo fisiológico, una zona psicológica, y en la práctica el ideal que es moderno desde el punto de vista del físico queda tan alejado de las necesidades del psicólogo como el ideal clásico. Está incluso más alejado, ya que incluso cuando el psicólogo sueña con explicar las reacciones de un sujeto de forma clásica (es decir, biunívoca) a partir de estímulos exteriores, no piensa en una causación debida a las propiedades de las moléculas, sino como mucho a una combinación de las leyes de la lógica y de las leyes de la motivación de carácter igualmente deductivo. Incluso bajo esta forma, el ideal clásico encuentra *la firme oposición de la introspección del sujeto*, consciente de que en cada instante, su decisión «podría haber sido otra».

En cuanto a la teoría ‘moderna’, tendrá en cuenta que la relación entre una forma de la señal y la siguiente es siempre parcialmente aleatoria o al menos indeterminada (correspondencia de uno a varios). Tendremos pues un problema de inducción, que vamos a asimilar a un problema de ‘decisión’. De momento, hagamos simplemente la observación de que el calificativo ‘moderno’, aplicado a lo ‘inductivo’ no se contradice con la historia. En efecto, si el problema de la inducción ha sido abiertamente reconocido por los antiguos, su esperanza ha sido la de construir con él una teoría totalmente similar a la de la deducción (por una suerte de inversión), ideal que de hecho no ha sido abandonado del todo. *La teoría de la inducción formaba parte de la lógica, mientras que la teoría que*

vamos a invocar es una teoría estadística. Lo que es moderno no es el hablar de inducción, sino el que admitamos por adelantado que la solución del problema sea *intrínsecamente diferente a la deducción.* Lo que es moderno, igualmente, es que el ideal clásico se haya dejado de lado por razones técnicas imperiosas, y no por el deseo filosófico de poder tener, para todo aquello que se encuentra entre lo actualmente disponible y lo ideal, una descripción más detallada que la que proporciona la simple aceptación de aproximaciones provisionales.

Nada excluye, en esta actitud, que algún día sea posible pasar a una descripción clásica mediante la adición de algunas hipótesis o conocimientos suplementarios; estos jugarían un papel análogo al de los átomos para el termodinámico del siglo XIX o al de las 'variables ocultas' para el físico cuántico antes de 1925 o desde 1952. Así pues, el ideal clásico solamente se descarta por considerarse completamente indiferente para los fines del trabajo de investigación actual, pero no por considerarse absurdo. No le está prohibido al 'moderno' considerar la inducción como una primera aproximación a algo mejor, y en lo abstracto el ideal clásico sigue intacto. Pero, en lo concreto, haremos como si la inducción fuera irreductiblemente diferente a la deducción.

Todo lo anterior parece descartar cualquier tipo de discusión respecto de la discontinuidad de la inducción, ya que no hay duda de la existencia, en la cadena de una observación perceptiva, de etapas en las que el sujeto puede vacilar, considerar los pros y los contras, y finalmente '*decidirse por una u otra interpretación, es decir, por una u otra transducción de la señal.*' La contribución del sujeto en estas etapas es evidente. Pero también parece haber sido fructífera la aplicación de los métodos de la teoría de la inferencia estadística al estudio de etapas de transducción totalmente inconscientes, como aquella que interviene en el reconocimiento de una señal muy poco diferenciada del ruido. Se trata de la *teoría del umbral de percepción*, que **W.P. Tanner** y sus colaboradores han retomado y modernizado, al suponer que la decisión entre decir que «la señal está presente» y decir que «la señal no es más que una ilusión», se realiza siguiendo métodos análogos a los que intervienen en la decisión de apostar o no por un evento incierto.

Entre las diversas teorías de la elección, de la inferencia, parece que es la teoría llamada precisamente de la decisión la que tiene en cuenta, más que ninguna otra, la influencia que los 'valores' del sujeto y los fines que éste se fija tienen sobre sus métodos de retrodicción. Para no hacer demasiado pesado el desarrollo de esta discusión, hemos renunciado, a nuestro pesar, a exponer las bases de dicha teoría³². Digamos solamente que la metodología de esta teoría está fuertemente influenciada por la *teoría de juegos*, y por la hipótesis de la posibilidad de expresar todo problema de toma de decisiones en presencia de una gran incertidumbre en la forma de un juego contra una naturaleza hipotética cuyo comportamiento estratégico plantea el problema al sujeto. A falta de algo mejor,

³² Véase, Braithwaite, *op. cit.*

vamos a proseguir nuestra argumentación en la línea de esta teoría; las variantes conocidas de la teoría no modifican en nada lo que vamos a decir.

¿EL HECHO BRUTO DE EXPERIENCIA COMO ETAPA CLÁSICA?

Uno de los rasgos más curiosos y más discutidos todavía de esta teoría, tiene que ver con el hecho de que las estrategias que recomienda en ciertos casos cruciales son estrategias 'mixtas', es decir hacen depender la acción futura no sólo de los resultados de observación, sino también de una fuente suplementaria de azar. De todos modos, la relación que existe entre las formas sucesivas de una señal siempre es aleatoria, tanto cuando se trata de causación incompleta, independiente de todo sujeto, como cuando se trata de inducción, de motivación retrodictiva dependiente del sujeto receptor.

Con lo cual existe siempre, en la cadena de las transducciones, un corte muy sutil totalmente análogo de hecho al que existe entre las transformaciones de un sistema cuántico que resultan de su evolución aleatoria y las que se deben a la intervención parcialmente incontrolable de un observador. Pero en principio, tenemos pocas posibilidades de situar dicho corte y de evaluar el aporte del observador al resultado de observación; de hecho salimos del paso fiándonos únicamente de los procedimientos de observación que comportan al menos una etapa en la cual no hay ningún tipo de duda; esta etapa será análoga a la etapa clásica que hemos encontrado en física cuántica. En la mayoría de los casos de observación habrá incluso toda una serie de etapas clásicas (podremos por ejemplo examinar un objeto o su sombra directamente o mediante una fotografía, sin que por ello cambie nada). Pero en los casos más desfavorables el corte bien podrá ser necesariamente muy arbitrario. Entonces, incluso antes de poder plantear los problemas de decisión que presenten algún interés, habrá que decidirse arbitrariamente a contar desde qué etapa nos plantearemos el problema de decisión.

¿Cuál es la relación entre esta etapa y aquella que traduce el 'hecho bruto de experiencia' o que describe el 'enunciado protocolario'? Hay muchas similitudes, pero dudamos que exista una completa identidad, sobre todo en el caso de aquellos problemas en los que la señal no es muy fuerte y en el de aquellos en los que la etapa clásica es indiscutible.

En particular, según 'nuestra' tesis la etapa clásica está condicionada por necesidades técnicas. De modo que debe elegirse una etapa *que sea fácilmente descriptible por medio del lenguaje ordinario y, por eso mismo, que pueda ser considerarla como ya elaborada por el observador mismo*; en otros términos, parece técnicamente razonable el subestimar el punto hasta el cual se extiende la influencia del sujeto, con la condición de que el punto elegido sea bien conocido, i.e. que la reflexión y la conciencia del sujeto tengan en él un asidero sólido.

Por el contrario, la base indiscutible adoptada por el filósofo positivo de la lógica, corre como mínimo el riesgo de encontrar en el límite mismo de la conciencia del sujeto, al borde de lo inefable, el punto en el que, renunciando a pro-

seguir el análisis más allá, el sujeto no puede ya estar verdaderamente seguro de sus conclusiones.

Estas diferencias sugieren de hecho otra más, que es de peso en los estudios de epistemología genética. Si una etapa es consciente, es posible estudiar sus modificaciones bajo la influencia de los cambios de la actividad del sujeto. Lo cual es totalmente diferente de lo que permite la última etapa, aquélla que se encontraba en el límite de lo inefable. Esta diferencia es totalmente natural, de hecho, si pensamos que el 'hecho bruto' ha sido introducido aquí por razones epistemológicas, mientras que en la etapa clásica lo está por razones técnicas.

DE LA INDUCCIÓN ÓPTIMA A LA DEDUCCIÓN

Las consideraciones que preceden contribuirán quizás a 'refrescar' un poco la noción de hecho bruto, y a volverlo más útil, pero no parecen llevarnos a ninguna experiencia nueva. Vamos a pasar ahora a una segunda relación entre inducción y deducción enteramente conjetural, tanto desde el punto de vista de los teoremas matemáticos como desde el detalle de los hechos.

Se tratará de ver cómo puede concebirse *la génesis de las operaciones lógicas*. Para abordar tal problema es necesario, naturalmente, un marco que contenga también alguna frontera en relación con el dominio de las funciones intelectuales superiores. A falta de algo mejor, razonemos verdaderamente partiendo del conjunto de los comportamientos deductivos e inductivos, y preguntémosnos si no existirá, entre lo inductivo y lo deductivo, una relación (distinta a la que ya se ha examinado) que se parezca al paso de lo cuántico a lo clásico, cuando tratamos con sistemas de muy grandes dimensiones.

Dicha elección de frontera es seguramente discutible, es decir que puede ser discutida; pero no tenemos ninguna otra elección. Además, conocemos efectivamente numerosos casos en los que un comportamiento indudablemente inductivo se transforma (¿bruscamente o no?) en un comportamiento basado en la deducción.

Más precisamente, partiremos de la frontera entre la inteligencia y la percepción, suponiendo esta última desarrollada sobre la base de la teoría de la decisión (al modo de Tanner), y a partir de fenómenos de umbral. Como las teorías del estilo de Tanner no están apenas desarrolladas, nuestra conjetura tendrá el mismo carácter que la tesis epistemológica clásica. Es decir, que tendrá en su deber su ausencia de contradicción interna; pero tendrá a su favor el aproximarse a modelos de investigación que serán posibles en un futuro no muy lejano.

Volviendo al enunciado del problema general, podemos observar que existen dos explicaciones extremas del aprendizaje de las estructuras intelectuales. Sin necesidad de una elección absoluta, nuestro método implicará que la segunda explicación es al menos parcialmente exacta.

La primera explicación sería puramente social: el sujeto se desarrollaría copiando al vecino, primero en casos precisos e individualizados de comportamiento, y después en la adquisición de las reglas de comportamiento en sí. Esta

influencia implicaría sobre todo la adquisición del lenguaje o de otros sistemas de señales comparablemente organizados, aquéllos que Saussure hubiese admitido entre sus sistemas semiológicos. Esta explicación conserva de la tesis general anterior de las aproximaciones sucesivas a una teoría idealmente biunívoca el muy grave defecto de que la génesis se yuxtapone a su resultado final.

La otra explicación extrema podría llevar asociado el riesgo de un aprendizaje esencialmente solitario. El individuo tendría a su disposición un conjunto de comportamientos posibles (conjunto que se modificaría y desarrollaría continuamente en función de sus comportamientos pasados); las reglas de comportamiento resultarían del seguimiento del comportamiento mejor adaptado³³.

Precisemos la conjetura considerando comportamientos basados en criterios inductivos de optimalidad más o menos arbitrarios. Dichos comportamientos pueden resultar ser compatibles los unos con los otros, pero en general no lo serán; por el contrario, los comportamientos de un sistema deductivo siempre serían compatibles. Conjeturamos que el paso de lo inductivo a lo deductivo no tiene por qué conllevar ninguna discontinuidad cualitativa, sino que podría realizarse de forma continua, durante el transcurso de la reconstrucción de lo real por el sujeto en desarrollo. De los fenómenos de retroacción inferencial sobre el principio de inferencia mismo, resultarán contradicciones entre las inferencias a las cuales conduce este principio, lo cual constituye un destino necesario en los casos en que el número de inferencias aumenta indefinidamente.

Tomemos el ejemplo de las leyes piagetianas de conservación cognoscitiva de la longitud (en reglitas), de la cantidad (en bolitas) o del volumen (en líquidos). El comportamiento basado en la conservación es evidentemente deductivo, pero dado que relaciona entre sí los resultados de diversas percepciones, cada uno de los cuales conlleva un margen de interpretación, se considerará aquí como inductivo. Cuando el principio de esta inducción se ha escogido explícitamente (ya sea de forma arbitraria, o en vista y a causa de otro problema) nada permite suponer que no haya contradicción entre los resultados de percepciones o 'constataciones' diferentes. Pero esta misma contradicción no puede subsistir, ya que en sí misma contribuye, por retroacción inferencial, a modificar el criterio de inferencia, de forma que se llegaría finalmente a un sistema de conservaciones completas y exactas —en el que no queda ningún lugar para la arbitrariedad inductiva. Si esto es así, llegamos a un estado en el que la duda referente a la elección entre las diversas consecuencias de la acción deja de existir, y en el que se alcanza un sistema 'clásico' de comportamientos, basado en la lógica deductiva.

Debe confesarse que, en todos estos casos en los que conocemos explícitamente el comportamiento deductivo, estas aproximaciones sucesivas conjetura-

³³ Observemos que a esta explicación se añade la dificultad habitual de las explicaciones diacrónicas desarrolladas en el contexto de un marco de optimización: nos gustaría, en efecto, mostrar que cada 'estado instantáneo' es el mejor en cierto sentido, pero también que no puede evolucionar hacia otros aun mejores (además ¿qué es un estado instantáneo?).

les tienen un aire vagamente superfluo, aunque, de hecho, las observamos precisamente con sus contradicciones inherentes. Sin embargo existen otros casos en los que, al contrario, esas aproximaciones sucesivas son esenciales: tal es el caso de la precorrección de los errores de transmisión, en los que el comportamiento incontestable no es constructible, aun cuando conozcamos varias de sus propiedades más importantes. El problema de la construcción de la lógica a partir de la inducción adquiere entonces un relieve particular, como Leo Apostel trata de mostrar en su contribución a la obra *Lógica, lenguaje y teoría de la información* (vol. III de estos *Études*), París, 1957.

Por otro lado, la conjetura que acabamos de presentar en cuanto al origen de las operaciones lógicas, parece susceptible de ofrecer principios muy generalizados a partir de los cuales podríamos demostrar teoremas de corrección análogos al relativo a la precorrección de los errores de transmisión.